1 ICBP 2008
THE FIRST INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
BOSNIAN VALLEY OF THE PYRAMIDS
Sarajevo, August 25-30, 2008
web: www.icbp.ba
email: info@icbp.ba
Fax: +387 33 714 335

Dr.sc. Ivan Šimatović, dipl.ing.el.
Neovisni istraživač
Hrvatska, Krapina

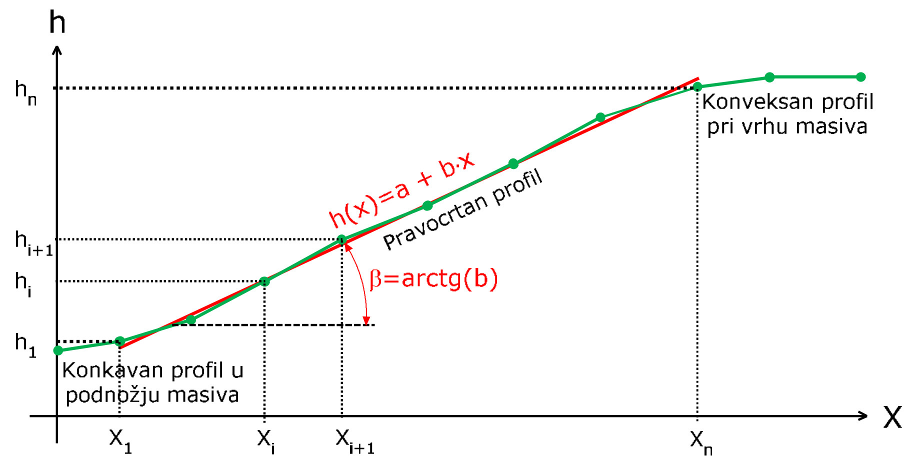
ODREĐIVANJE PRIKLONIH KUTOVA PIRAMIDALNIH I STOŽASTIH UZVIŠENJA U BOSANSKOJ DOLINI PIRAMIDA PO METODI NAJMANJIH KVADRATA

(Matematički dodatak referatu S1 – BP2)

1. Uvod

Prosječni i lokalni prikloni kutovi bridova i padina piramidalnih i stožastih uzvišenja mogu se vjerodostojno odrediti temeljem računalne obrade skupa parova podataka $\{(x_i, h_i)\}$ pravocrtnih segmenata profila terena iščitanih s topografske karte u mjerilu M 1:1000 s ucrtanim izohipsama. Pri tome se, kao referentna, uzima najniža izohipsa h_1 ispod koje se promatrani brid ili padina parabolično poravnavaju. Na njoj se uzima početna točka (x_1 = 0 m) za određivanje horizontalne udaljenosti x_i ostalih viših izohipsi $h_i > h_1$ duž tlocrtnih pravaca promatranih profila terena (bridovi i/ili osi simetrije padina).

Na taj način dobiva se skup od *"n"*, više ili manje, pravčasto raspoređenih parova podataka $\{(x_i, h_i)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, kao što je to prikazano karakterističnim trodijelnim dijagramom rasprostiranja točaka profila terena piramidalnih i stožastih uzvišenja na slici 1. Na njega se u srednjem dijelu, u rasponu $x \in (x_1, x_n)$, može primijeniti algoritam linearne regresije po metodi najmanjih kvadrata prikazan u [1].



Slika 1 – Pravocrtan segment profila terena kao linearna regresija nad intervalom $x \in (x_1, x_n)$

2. Algoritam za izračun koeficijenta smjera pravca regresije

Koeficijent smjera *„b"* pravca regresije $h(x) = a + b \cdot x$ dijagrama rasprostiranja točaka $\{(x_i, h_i)\}$ promatranog pravčastog segmenta profila terena može se, sukladno [1], izračunati prema izrazu

$$b = \frac{Q_{hx}}{Q_x}.$$

Kao bezdimenzijski pokazatelj koji upućuje u kojoj je mjeri promatrani segment profila terena linearan (pravčast) može poslužiti koeficijent korelacije *"r"*. On se određuje prema izrazu

$$r = \frac{Q_{hx}}{\sqrt{Q_h \cdot Q_x}}.$$

Prosječan prikloni kut pravocrtnog segmenta promatranog profila terena određuje se iz koeficijenta smjera *"b"* pravca regresije prema izrazu

$$\beta = arctg(b) = arctg\left(\frac{Q_{hx}}{Q_x}\right).$$

Srednja kvadratna pogreška *"m_b"* koeficijenta smjera *„b"* pravca regresije profila terena iznosi

$$m_b = \frac{1}{Q_x} \cdot \sqrt{\frac{Q_h \cdot Q_x - Q_{hx}^2}{n-2}}\ .$$

Pomoćne veličine Q_h, Q_x i Q_{hx} koje sadrže četiri prethodna izraza računaju se iz skupa od *"n"* iščitanih parova podataka profila terena $\{(x_i, h_i)\}$, i = 1, 2,..., n na sljedeći način:

$$Q_h = [h \cdot h] - \frac{[h]^2}{n} \quad , \quad Q_x = [x \cdot x] - \frac{[x]^2}{n} \quad , \quad Q_{hx} = [h \cdot x] - \frac{[h] \cdot [x]}{n}.$$

Simbol [ ] je Gaussova oznaka za operator sumacije Σ (zbroj istovrsnih podataka od *i = 1* do *i = n*). Ona je uobičajena u računu izjednačenja pogrešaka rezultata mjerenja po metodi najmanjih kvadrata u astronomiji i u geodeziji.

Iz tako određenog koeficijenta smjera *„b"* pravca regresije pravocrtnog segmenta profila terena i pripadnu srednju kvadratnu pogrešku *"$m_b << b$"* srednja kvadratna pogreška *"m_β"* priklonog kuta β pravca regresije može se dovoljno točno izračunati pomoću izraza

$$m_\beta \doteq \frac{\left(\beta + m_\beta^{'}\right) - \left(\beta - m_\beta^{''}\right)}{2} = \frac{arctg\left(b + m_b\right) - arctg\left(b - m_b\right)}{2}.$$

Područje pouzdanosti koeficijenta smjera *„b"* pravca regresije profila terena, uz uobičajenu vjerojatnost intervalne procjene od 95 %, određeno je izrazom

$$b \in (b_{\min}, b_{\max}) = b \pm t_{n-2;\,0,05} \cdot m_b\ .$$

Područje pouzdanosti priklonog kuta *„β"* pravca regresije, uz vjerojatnost 95 %, iznosi

$$\beta \in (\beta_{\min}, \beta_{\max}) = arctg\left(b_{\min}, b_{\max}\right) = arctg\left(b \pm t_{n-2;\,0,05} \cdot m_b\right).$$

Ono se, alternativno, može odrediti i nešto jednostavnijim te u primjeni dovoljno točnim izravnim približnim izrazom

$$\beta \in (\beta_{\min}, \beta_{\max}) \cong \beta \pm t_{n-2;\,0,05} \cdot m_\beta\ .$$

U prethodnim izrazima je *„$t_{f;\,\alpha}$"* varijabla Studentove t-razdiobe stupnja slobode *f = n - 2* uz vjerojatnost prebačaja varijable *"b"* odnosno *"β"* izvan granica područja pouzdanosti od 5 % (*α = 0,05*). Ona se očitava iz tablice statističkih funkcija ili se, za *f ≥ 8*, može dovoljno točno izračunati prema izrazu:

$$t_{f;\,0,05} \doteq 1{,}96 + \frac{2{,}330}{f} + \frac{4{,}126}{f^2} - \frac{6{,}272}{f^3}.$$

Lokalni prikloni kut β_i profila terena između susjednih izohipsi može se odrediti iz kvocijenta diferencijala Δh_i i Δx_i prema izrazu

$$\beta_i = arctg\frac{\Delta h_i}{\Delta x_i} = arctg\left(\frac{h_{i+1} - h_i}{x_{i+1} - x_i}\right) \quad , \quad i = 1, 2, 3, ..., n-1.$$

Iz tako izračunatog skupa (uzorka) od *m = n – 1* lokalnih priklonih kutova "β_i" profila terena zatim se, sukladno [1; 2], izračuna pripadna:

- aritmetička srednja vrijednost $"\beta_{sr}"$,
- standardna devijacija $"s_\beta"$ te
- standardna devijacija srednje vrijednosti $"s_{\beta sr}"$.

Ukoliko analizirani segment profila terena, promatran kao cjelina, nije primjetno konkavan ili konveksan aritmetička srednja vrijednost lokalnih priklonih kutova $"\beta_{sr}"$ podudara se veoma dobro s priklonim kutom $"\beta"$ pravca regresije.

Za prikazani proračun lokalnih i prosječnog priklonog kuta profila terena, pripadnih pogrešaka i područja pouzdanosti prikazanim algoritmom može odlično poslužiti bilo koji tablični kalkulator. Na taj način biti će za piramidalna uzvišenja u Bosanskoj dolini piramida kod Visokog analizirani prikloni kutovi:

- dvaju bridova te sjeverne i istočne padina masiva Visočice (*"Bosanske piramide Sunca"*);
- dvaju bridova i zapadne padine masiva Plješevice (*"Bosanske piramide Mjeseca"*);
- dvaju bridova i sjeverne padine uzvišenja pretpostavljene *"Piramide bosanskog zmaja"*;
- dvaju bridova i istočne padine pretpostavljene *"Piramide ljubavi"*;
- dvaju bridova i sjeverne padine uzvišenja pretpostavljene neimenovane šeste piramide te
- tri pravca duž sjeverne padine polukružnog uzvišenja pretpostavljenog *"Hrama Zemlje"*.

Ulazni podaci i rezultati proračuna priklonih kutova za Visočicu, kao prvo analizirano piramidalno uzvišenje, dati su u priloženim radnim listovima tabličnog kalkulatora. Oni će se za ostala uzvišenja, kao sljedeći prilozi ovog članka, objavljivati naknadno, ovisno o dinamici daljnjih analiza profila terena.

3. t - test za provjeru podudarnosti dvaju priklonih kutova

Za procjenu da li se prosječni prikloni kutovi pravocrtnih segmenata profila terena dvaju bridova, ili padina, statistički uzevši, podudaraju, ili se značajno razlikuju, može prema [1; 2] poslužiti dvostrani t – test koji se zasniva na razlici dviju slučajnih varijabli. Potrebni ulazni podaci za njega jesu:

- raspoloživi broj $"m_1"$ i $"m_2"$ lokalnih priklonih kutova $"\beta_{1i}"$ i $"\beta_{2i}"$ za oba profila terena;
- aritmetičke srednje vrijednosti lokalnih priklonih kutova $"\beta_{sr1}"$ i $"\beta_{sr2}"$ te
- standardne devijacije njihovih srednjih vrijednosti $"s_{\beta sr1}"$ i $"s_{\beta sr2}"$.

Iz tih vrijednosti izračuna se bezdimenzijska varijabla $"t_{1\text{-}2}"$ prema izrazu

$$t_{1-2} = \frac{\left|\beta_{sr1} - \beta_{sr2}\right|}{s_{\beta sr1-2}} = \frac{\left|\beta_{sr1} - \beta_{sr2}\right|}{\sqrt{s^2_{\beta sr1} + s^2_{\beta sr2}}}$$

koja je distribuirana po Studentovoj t – razdiobi stupnja slobode $"f_{1\text{-}2}"$ određenog općim izrazom

$$f_{1-2} = \frac{\left(s^2_{\beta sr1} + s^2_{\beta sr2}\right)^2}{\dfrac{s^4_{\beta sr1}}{m_1 + 1} + \dfrac{s^4_{\beta sr2}}{m_2 + 1}} - 2 \cong m_1 + m_2 - 2 \cdot$$

Ako su standardne devijacije $"s_{\beta sr1}"$ i $"s_{\beta sr2}"$ srednjih vrijednosti lokalnih priklonih kutova podjednake za određivanje stupnja slobode $"f_{1\text{-}2}"$ varijable $"t_{1\text{-}2}"$ može se koristiti znatno jednostavniji, pregledniji i za primjenu dovoljno točan približan izraz naveden na desnoj strani.

Ako je izračunata vrijednost varijable $"t_{1\text{-}2}"$ veća od granične vrijednosti $t_{f;\,0,05}$ prosječni prikloni kutovi $"\beta_{sr1}"$ i $"\beta_{sr2}"$ se, statistički uzevši, značajno razlikuju, a ako je manja od nje tada ima mjesta pretpostavci da se oni značajno ne razlikuju, odnosno da su (pod)jednaki.

Prikazana metoda određivanja priklonih kutova piramidalnih i stožastih uzvišenja je univerzalna i može se, primjerice, podjednako uspješno koristiti za Kineske piramide te ostale, njima slične, formacije.

Literatura

[1] Lothar Sachs: *Statistische Methoden*, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1972.

[2] Ivo Pavlić: *Statistička teorija i primjena*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1977.

[3] I. N. Bronštejn – K. A. Semendjajev: *Matematički priručnik za inženjere i studente*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1991.